Павел ДОВБНЯ,
руководитель направления, Ценовой центр АО «ДОМ.РФ»

Ариэл ЧЕРНЫЙ,
руководитель направления, Ценовой центр АО «ДОМ.РФ»

Модель досрочных погашений ипотечного кредита: S-кривые по выдержке и эффект выгорания

Развитие рынка ипотечной секьюритизации подразумевает углубление знаний о природе ипотечного кредита и поведении заемщиков. В данной статье участникам рынка предлагается рассмотреть модель досрочных погашений ипотечного кредита, механизм которой основан на объяснении досрочных погашений двумя факторами — уровнем текущих процентных ставок в экономике и выдержкой кредита. Понимание модели значительно упростит анализ динамики досрочных погашений кредитов в ипотечных покрытиях выпусков ИЦБ ДОМ.РФ, а ее применение в моделировании денежных потоков по облигациям существенно уточнит ожидаемую дюрацию и, как следствие, справедливую цену.

Мерой досрочных погашений как пула ипотечных кредитов, так и одного ипотечного кредита является CPR — темп полных и частичных досрочных погашений (от англ. Conditional prepayment rate). CPR отражает помесячную скорость амортизации кредита в части полных и частичных досрочных погашений и измеряется в % годовых от остатка основного долга (ОД) по кредиту на начало месяца за вычетом плановых погашений по графику за месяц:

$$\text{CPR}_{\text{за месяц}} = 100 \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\text{полное или частичное}_{\text{за месяц}}}{\text{ОД}_{\text{на начало месяца}} - \text{плановое}_{\text{за месяц}}}\right)^{12}\right] \text{ \% годовых}$$

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Предлагаемая модель CPR кредита состоит из пяти предположений:

1. Значение темпа досрочных погашений CPR(s,h,e) по кредиту за текущий месяц (в % годовых) включает в себя как полные, так и частичные досрочные погашения и зависит от трех факторов:

- ***s* — стимула к рефинансированию кредита (в процентных пунктах)** — разницы между процентной ставкой по кредиту в предыдущем месяце и среднерыночной процентной ставкой, по которой в предыдущем месяце можно было рефинансировать ипотечный кредит. Сдвиг стимула на месяц связан с тем, что процесс рефинансирования ипотечного кредита состоит из сбора необходимых документов и одобрения банком выдачи нового кредита, поэтому фактическое рефинансирование происходит в среднем через месяц с подачи заявки. Показатель s является мерой экономической целесообразности для заемщика рефинансировать кредит и может принимать значения, к примеру, -0.5 п. п., 0.1 п. п., 5 п. п. и т. д.;
- ***h* — выдержки кредита (в годах)** — количества лет, которое прошло от момента выдачи кредита до месяца, на который рассчитан s (иными словами, до момента, когда заемщик в предыдущем месяце наблюдал s и принимал решение о рефинансировании);
- ***e* — некоторой случайной ошибки (в % годовых).**

Описанная конструкция проиллюстрирована на Схеме 1.

2. Зависимость CPR(s,h,e) от s и h является объяснимой и описывается функцией в виде двух арктангенсов с семью неизвестными и зависящими от h параметрами. Изгиб одного арктангенса описывает изменения CPR(s,h,e) в зоне отрицательных стимулов s, другого — в зоне положительных стимулов s. Такая функция называется **S-кривой для выдержки *h*** и обозначается $S^h_{\text{кривая}}(s)$. Для каждого года выдержки $h = 0, 1, 2$ и т. д. существует своя S-кривая, определенная для любого стимула s (h — индекс в формуле):

$$S^h_{\text{кривая}}(s) = [\beta_{h,0} + \beta_{h,1} \cdot \operatorname{arctg}(\beta_{h,2} + \beta_{h,3} \cdot s) + \\ + \beta_{h,4} \cdot \operatorname{arctg}(\beta_{h,5} + \beta_{h,6} \cdot s)] \cdot 100$$

3. Зависимость CPR(s,h,e) от e является необъяснимой: e является независимой, ни с чем не связанной случайной ошибкой, в среднем равной нулю.

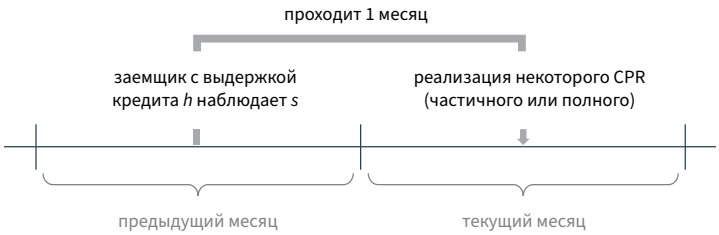
4. CPR(s,h,e) определяется как сумма объяснимой и необъяснимой частей:

$$\text{CPR}(s,h,e) = S^h_{\text{кривая}}(s) + e$$

5. В рамках объяснимой части CPR(s,h,e) растет с ростом стимула к рефинансированию s. Для этого необходимо, чтобы для каждой функции $S^h_{\text{кривая}}(s)$ параметры $\beta_{h,1} > 0$, $\beta_{h,3} > 0$, $\beta_{h,4} > 0$, $\beta_{h,6} > 0$.

Несомненно, данная модель является упрощенным описанием действительности. Очевидно, CPR в той или иной мере зависит от других параметров кредита: региона, дохода заемщика, типа продукта и даже банка, который его выдал. Частичные погашения в модели смешаны с полными, хотя в реальности являются отдельной линией поведения заемщиков. Однако с добавлением новых факторов и последующим усложнением экономические модели, как правило, теряют свою наглядность, при этом практически не добавляют качественного содержания, так как экономические показатели по своей природе крайне волатильны и не могут быть с точностью смоделированы. Преимущество же данной модели в ее лаконичности, она формирует наглядное представление о динамике досрочных погашений, оперируя только двумя наиболее значимыми факторами.

Схема 1
Зависимость CPR от выдержки кредита *h* и стимула к рефинансированию *s*



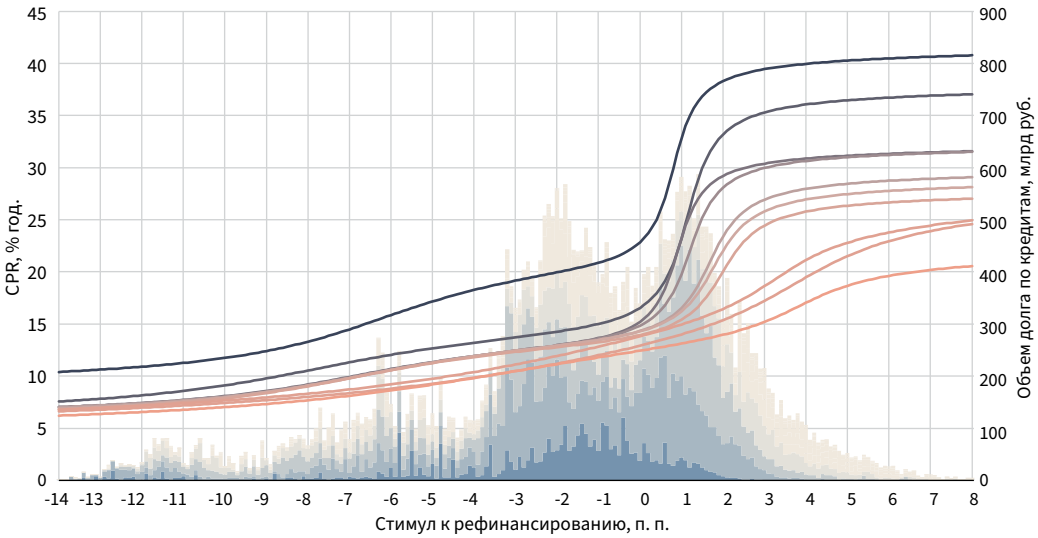
ДАННЫЕ ИПОТЕЧНОГО АГЕНТА ДОМ.РФ

Для того чтобы использовать описанную модель на практике, необходимо оценить параметры β S-кривых для как можно большего количества значений выдержки кредита h на как можно большем количестве данных о досрочных погашениях. Количество значений выдержки, для которых могут быть рассчитаны оценки параметров S-кривых, ограничено полнотой данных историй платежей по кредитам.

Так, по состоянию на 01.02.2024 Ипотечный агент ДОМ.РФ располагал данными об историях платежей по 1.3 млн кредитов, выданных 12 различными банками, с общей суммой задолженности в момент их появления на его балансе 2.4 трлн рублей. Все истории по кредитам цензурированы слева, то есть наблюдаются не с момента выдачи кредита, а с момента его появления на балансе Ипотечного агента ДОМ.РФ. С конца 2016 года баланс Ипотечного агента ДОМ.РФ пополняется кредитами со средней выдержкой 1.6 года. Средний срок наблюдаемой истории платежей по данным кредитам к 01.02.2024 составил 1.5 года. 99% кредитов имели аннуитет-

График 1. Модель досрочных погашений (оцененная по данным на 01.02.2024)

$$\hat{S}^{h}_{\text{кривая}}(s) = [\hat{\beta}_{h,0} + \hat{\beta}_{h,1} \cdot \operatorname{arctg}(\hat{\beta}_{h,2} + \hat{\beta}_{h,3} \cdot s) + \hat{\beta}_{h,4} \cdot \operatorname{arctg}(\hat{\beta}_{h,5} + \hat{\beta}_{h,6} \cdot s)] \cdot 100 \quad h \in \{0,\ldots,9\}$$



Выдержка	h	$\hat{\beta}_{h,0}$	$\hat{\beta}_{h,1}$	$\hat{\beta}_{h,2}$	$\hat{\beta}_{h,3}$	$\hat{\beta}_{h,4}$	$\hat{\beta}_{h,5}$	$\hat{\beta}_{h,6}$
Меньше 1 года	0	0.254	0.065	-1.878	2.312	0.041	2.033	0.325
от 1 до 2 лет	1	0.220	0.075	-2.265	1.971	0.029	2.005	0.255
от 2 до 3 лет	2	0.191	0.060	-1.977	2.176	0.025	1.973	0.285
от 3 до 4 лет	3	0.191	0.061	-2.268	1.885	0.025	1.963	0.287
от 4 до 5 лет	4	0.179	0.053	-2.616	1.554	0.025	1.951	0.291
от 5 до 6 лет	5	0.174	0.049	-2.557	1.436	0.027	1.822	0.269
от 6 до 7 лет	6	0.168	0.047	-2.762	1.395	0.026	1.992	0.287
от 7 до 8 лет	7	0.166	0.029	-2.397	0.732	0.050	0.123	0.148
от 8 до 9 лет	8	0.166	0.040	-1.819	0.484	0.039	0.153	0.141
больше 9 лет	≥9	0.137	0.026	-2.605	0.677	0.034	0.619	0.176

ный тип платежа, 1% — дифференцированный. 7.5% кредитов выданы в рамках государственных программ субсидирования ипотеки.

На графике 1 представлена визуализация модели досрочных погашений, оцененной по доступным на 01.02.2024 данным Ипотечного агента ДОМ.РФ. Описанного множества данных достаточно для того, чтобы с приемлемой точностью оценить S-кривые на каждый из первых 9 лет жизни ипотечного кредита, а также одну общую S-кривую на срок жизни после 9 лет. Со временем выдержанных кредитов на балансе Ипотечного агента ДОМ.РФ будет становиться больше, и количество S-кривых увеличится: будут рассчитываться S-кривые на 10-й, 11-й, 12-й год жизни кредита и т. д.

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ S-КРИВЫХ

Каждая S-кривая задает ожидаемый CPR по кредиту в следующем месяце в зависимости от его стимула к рефинансированию и выдержки в текущем месяце. Например, если в настоящий момент у кредита с выдержкой 0.5 года стимул к рефинансированию составляет 4 п. п., то для расчета его ожидаемого CPR в следующем месяце необходимо применить первую S-кривую (верхнюю, наиболее темную, для выдержки меньше года): значение ожидаемого CPR по кредиту в следующем месяце составит 40% годовых.

В том случае, если проводится моделирование кредита, выданного более 10 лет назад, стимул к рефинансированию которого в текущий месяц также составляет 4 п. п., то для определения его ожидаемого CPR в следующем месяце необходимо применить последнюю S-кривую (нижнюю, наиболее светлую, для выдержки больше 9 лет). Ожидаемый CPR в следующем месяце по такому кредиту составит уже 17% годовых.

Снижение CPR при росте выдержки кредита на одном и том же стимуле к рефинансированию называется **эффектом выгорания** (от англ. burnout effect). Экономическая интерпретация эффекта заключается в том, что со временем заемщик становится менее восприимчивым к резкому изменению стимула к рефинансированию. Во-первых, доля процентов при аннуитетном платеже со временем падает. Во-вторых, инфляция и следующий за ней номинальный рост доходов при невозрастающем ежемесячном платеже снижают нагрузку на заемщика.

Модель не отделяет обычные кредиты от кредитов, выданных в рамках госпрограмм субсидирования ипотеки, однако хорошо объясняет стабильно низкие уровни досрочных погашений у последних. Процентные ставки по субсидируемым кредитам, как правило, находятся в диапазоне от 3 до 7% годовых, в результате чего их стимул к рефинансированию обычно глубоко отрицательный[1]. На графике видно, что с уменьшением стимула S-кривые практически сливаются в одну и стабилизируются на уровне CPR от 7 до 8% годовых, что полностью соответствует наблюдаемому CPR 8% годовых по кредитам с господдержкой. При таких значениях CPR почти полностью состоит из частичных досрочных погашений. Таким образом, модель можно применять для оценки денежных потоков по субсидируемым кредитам.

ПРИНЦИП ОЦЕНКИ S-КРИВЫХ[2]

На Графике 1 S-кривые изображаются на фоне гистограммы с накоплением[3], визуализирующей объемы исторических остатков ОД по кредитам на балансе Ипотечного агента ДОМ.РФ, которые по состоянию на 01.02.2024 когда-либо имели стимул к рефинансированию s и выдержку h. Значения гистограммы отражены на правой оси графика, а цветовая гамма соответствует гамме S-кривых: чем больше выдержка, тем светлее сегмент гистограммы. Для удобства восприятия сегменты с выдержкой от четырех лет имеют одинаковый цвет.

Рассмотрим на примере, как устроена данная гистограмма. Допустим, у кредита i есть трехмесячная история, состоящая из трех платежей (см. таблицу 1). Независимо от того, было ли в тот или иной месяц частичное или полное досрочное погашение, остаток ОД на начало каждого из трех месяцев должен быть учтен в гистограмме. Остаток ОД на начало первого и второго месяца учтен в сегменте стимула

[1] Рефинансирование также возможно в рамках самих госпрограмм, однако оно не наблюдается в свете низкой волатильности ставки, по которой можно рефинансировать субсидируемый кредит, поэтому сделанное в тексте предположение о глубоко отрицательном стимуле, по сути, не противоречит действительности.

[2] Полный алгоритм расчета параметров β S-кривых выходит за рамки данной статьи. В том случае, если читатель заинтересован в его изучении, он может обратиться за деталями по почте: calculator.service@dom.rf.

[3] То есть блоки гистограммы находятся друг на друге, а не друг за другом.

Месяц	*s*, п.п.	*h*, лет	Остаток ОД на начало месяца, руб.	Досрочное погашение за месяц
1	-1.5	2	1 000 000	нет досрочного погашения
2	-1.5	2	950 000	частичное погашение
3	1.0	3	600 000	полное погашение

Таблица 1
Пример исторических данных по ипотечному кредиту

-1.5 п.п. и выдержки 2 лет, а на начало третьего — в сегменте стимула 1 п.п. и выдержки 3 лет.

Таким образом, каждый кредит учтен в гистограмме столько раз, сколько по нему есть наблюдений в данных. Иными словами, данная гистограмма наглядно демонстрирует степень представленности в данных каждого стимула *s* и каждой выдержки *h*. Так, например, статистическая значимость формы S-кривых на участке стимулов от 0 до 2 п.п. несравнимо выше, чем на участке стимулов от 6 до 8 п.п. Обратите внимание, что объем остатков ОД по кредитам с выдержкой меньше 1 года меньше, чем объем остатков ОД по кредитам с выдержкой от 1 до 2 лет. Как уже было отмечено, истории по кредитам цензурированы слева: на баланс Ипотечного агента ДОМ.РФ кредиты передаются со средней выдержкой 1.6 лет.

Итак, каждый блок гистограммы является общей суммой всех остатков ОД, на которые когда-либо приходились стимулы к рефинансированию *s* и выдержка *h*. По такому же принципу можно рассчитать общие суммы погашений по графику, частичных и полных досрочных погашений, которые когда-либо приходились на эти остатки ОД. На основе общих сумм досрочных погашений и общих сумм остатков ОД рассчитываются исторические CPR для каждого стимула *s* на выдержке *h* (по аналогии с формулой CPR в начале статьи).

На Графике 2 в качестве примера точками показаны значения исторических CPR для выдержки *h* от 3 до 4 лет по данным на 01.02.2024. Именно на их основе с помощью математических методов оценивается форма S-кривой для выдержки от 3 до 4 лет, изображенная на графике сплошной линией. Цветом на гистограм-

График 2. **Значения исторических CPR для выдержки от 3 до 4 лет и оцененная на них S-кривая (по данным на 01.02.2024)**

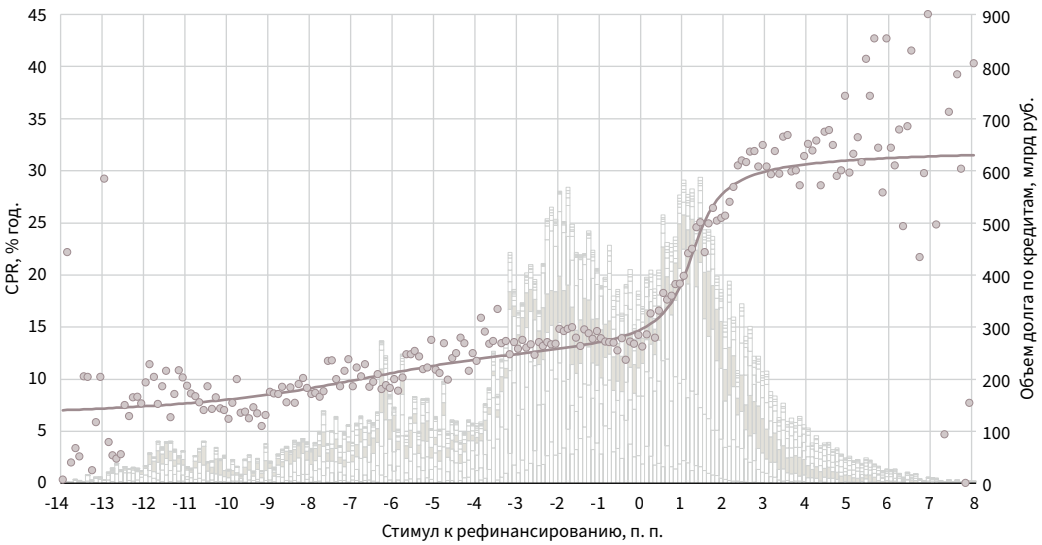
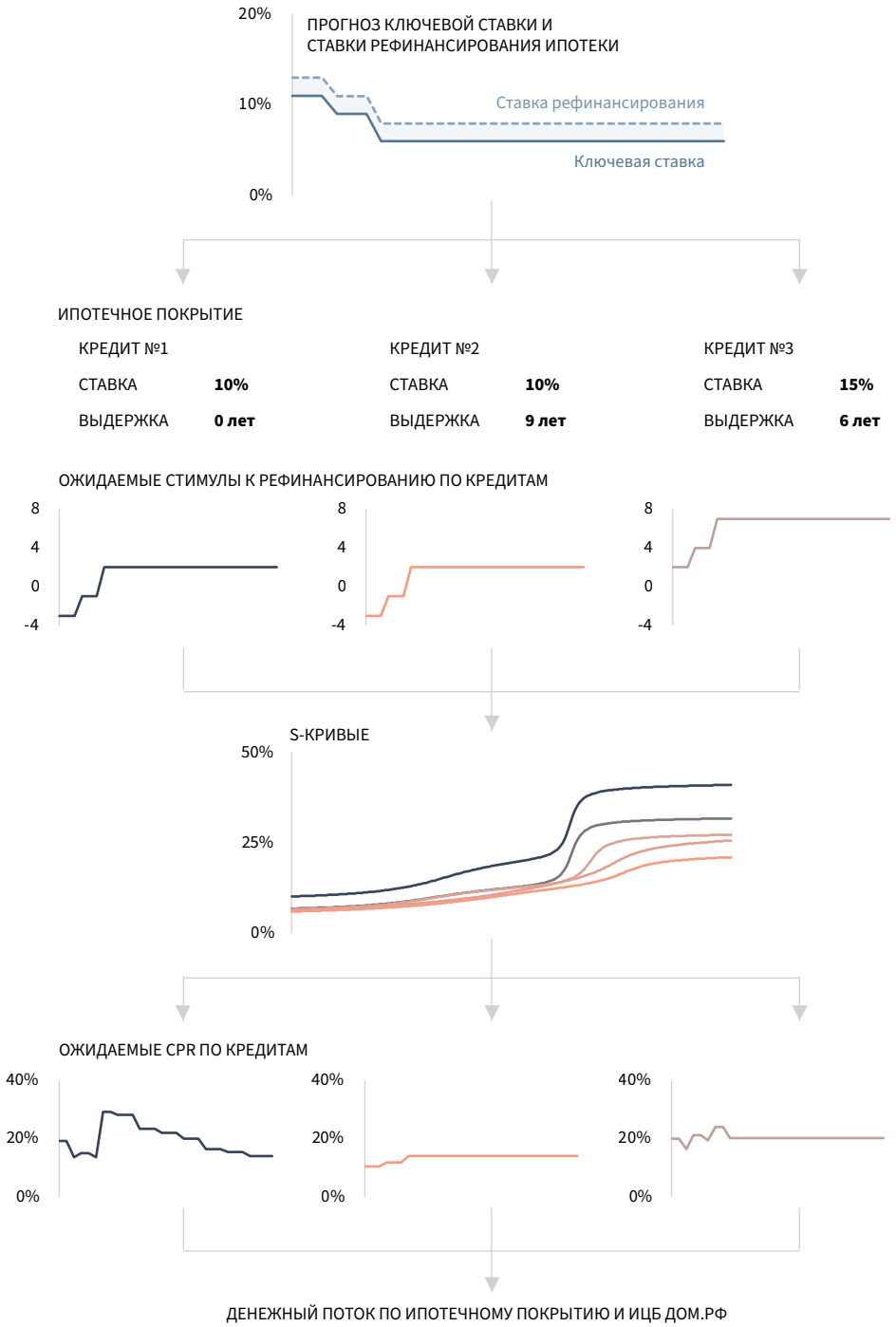


Схема 2. Алгоритм моделирования денежного потока по ИЦБ ДОМ.РФ



ме выделен массив данных по остаткам ОД, которые наблюдались на выдержке от 3 до 4 лет. Данная процедура проводится для каждой из оцениваемых S-кривых.

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ

Описанная модель может быть применена во многих областях финансов, где необходим расчет ожидаемых денежных потоков по ипотечным кредитам. Рассмотрим один из возможных алгоритмов ее применения для расчета ожидаемых денежных потоков по ИЦБ ДОМ.РФ (см. Схему 2).

1. Сформировать помесячный прогноз Ключевой ставки ЦБ РФ (например, на основе котировок процентных свопов на Ключевую ставку, ожиданий Банка России или собственного экспертного мнения).

2. Используя ту или иную форму зависимости ставки рефинансирования ипотеки от Ключевой ставки, определить на основе п. 1 помесячный прогноз ставки рефинансирования ипотеки.

3. Рассчитать помесячный прогноз стимулов к рефинансированию для каждого кредита в ипотечном покрытии, вычтя из текущей ставки кредита каждое значение прогноза ставки рефинансирования из п. 2. Для каждого ожидаемого стимула каждого кредита рассчитать выдержку кредита в годах, на которой этот стимул возникнет.

4. На основе прогноза стимулов к рефинансированию и соответствующих им значений выдержки рассчитать по S-кривым ожидаемые значения CPR на каждый месяц жизни каждого кредита.

5. Рассчитать денежный поток по каждому кредиту с учетом ожидаемых CPR.

6. Сложить ожидаемые денежные потоки по кредитам в денежный поток по ипотечному покрытию.

7. Сформировать денежный поток по ИЦБ ДОМ.РФ на основе денежного потока по ипотечному покрытию и параметров выпуска, описанных в эмиссионной документации.

Корпоративно-
инвестиционный
бизнес

Секьюритизация

ВТБ

ЛИДЕР НА РЫНКЕ СЕКЬЮРИТИЗАЦИИ В РОССИИ*

10 ВЫПУСКОВ ИПОТЕЧНЫХ ОБЛИГАЦИЙ
В РАМКАХ ПРОГРАММЫ ДОМ.РФ
НА СУММУ **1 ТРЛН РУБ.**

ВТБ

Два выпуска объемом 20 млрд руб. в рамках программы секьюритизации потребительских кредитов Банка ВТБ на 100 млрд руб.

2023

ВТБ

Два выпуска ипотечных облигаций с поручительством ДОМ.РФ объемом 160 млрд руб., в том числе обеспеченные кредитами, выданными Банком по программам «семейная ипотека» и «льготная ипотека»

2023

8 800 100 24 24 / VTB.RU

БАНК ВТБ (ПАО), ГЕНЕРАЛЬНАЯ ЛИЦЕНЗИЯ БАНКА РОССИИ № 1000

* На основании публичных данных по объему выпусков в рамках программы ДОМ.РФ на 01.03.2024

Реклама