Роман ЛИТВИНОВ,
заместитель руководителя департамента контроля рисков корпоративного банка, банк «УРАЛСИБ»

Дмитрий МАСЛОВ,
главный аналитик, банк «УРАЛСИБ»

А будет ли дефолт?

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ДЕФОЛТА ЭМИТЕНТА НА ОСНОВЕ ЦЕН ЕГО ОБЛИГАЦИЙ

Полезным источником информации о риске дефолта того или иного контрагента являются рыночные цены выпущенных им финансовых инструментов (облигаций, акций) или котировки инструментов, привязанных к кредитному риску данного контрагента (CDS, CLN, LPN и других). Мы предлагаем рассмотреть риск дефолта с помощью моделей сокращенной формы на основе цен облигаций. Ограничим множество инструментов стандартными облигациями с фиксированным купоном и погашением всей суммы номинала в конце срока.

ЦЕНООБРАЗОВАНИЕ ОБЛИГАЦИЙ: БАЗОВЫЕ БЛОКИ МОДЕЛЕЙ СОКРАЩЕННОЙ ФОРМЫ

Модели сокращенной формы не делают каких-либо предпосылок о фундаментальных причинах наступления дефолта, а моделируют дефолт как событие, которое наступает случайно в некоторый неизвестный момент времени. В данной статье рассмотрим модель, основанную на функции интенсивности дефолта по времени (default intensity) — вероятности дефолта на бесконечно малом временном отрезке.

В основе риск-нейтрального ценообразования в рамках моделей сокращенной формы лежит следующий принцип: цена финансового инструмента есть математическое ожидание суммы денежных потоков по данному инструменту (то есть с учетом их вероятности), дисконтированных на безрисковую процентную ставку.

МОДЕЛЬ ДЕНЕЖНЫХ ПОТОКОВ ПО ОБЛИГАЦИИ

Разобьем временную шкалу на гипотетические точки во времени таким образом, чтобы учесть все необходимые события: выплату купонов, номинала (в дату погашения), а также выплату возмещения в случае наступления дефолта.

Размер возмещения по облигации зависит как от особенностей эмитента (отрасль и тому подобное), так и от специфических характеристик инструмента (субординация, обеспечение и так далее). Размер возмещения принято моделировать через коэффициент покрытия (Recovery Rate — RR) или потери при дефолте (Loss-given-default — LGD).

Будем рассматривать возмещение по облигации как единовременную выплату в момент дефолта в размере номинала инструмента, умноженного на коэффициент покрытия (или на

{1-LGD})[1]. Данный подход (FPR[2]) сравнительно прост, при этом согласуется с существующей рыночной практикой.

В предположении о возможности дефолта только в моменты выплаты купонов или погашения номинала схема платежей по облигации во времени выглядит следующим образом (см. рис.1).

Базируясь на принципе риск-нейтрального ценообразования, необходимо составить формулу цены для облигации.

УРАВНЕНИЕ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ

Разобьем облигацию на отдельные платежи (купоны, номинал и возмещение) и представим ее как сумму бескупонных облигаций. Тогда цена облигации номиналом N в рамках риск-нейтрального подхода будет равна:

$$P(0) = \sum_{i=1}^{n} C_i \cdot D(0,t_i) \cdot SP(0,t_i) + N \cdot D(0,t_N) \times$$
$$\times SP(0,t_N) + RR \cdot N \cdot \sum_{i=1}^{n} D(0,t_i) \cdot PD(t_{i-1},t_i) \quad (1),$$

где C_i — купонные выплаты, RR — коэффициент покрытия;

$D(0,t_i) = \exp\left(-\int_0^{t_i} r(s)\,ds\right) = \exp\left(-R(t_i)\cdot t_i\right)$ — дисконтирующая функция;

$R(t_i)$ — безрисковая бескупонная ставка на соответствующий срок t_i;

$SP(0,t_i) = \exp\left(-\int_0^{t_i} \lambda(s)ds\right)$ — вероятность выживания до t_i;

$PD(t_{i-1},t_i) = 1 - \exp\left(-\int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda(s)ds\right)$ — вероятность дефолта на отрезке от t_{i-1} до t_i;

Рисунок 1
Схематичная модель платежей по облигации с фиксированным купоном

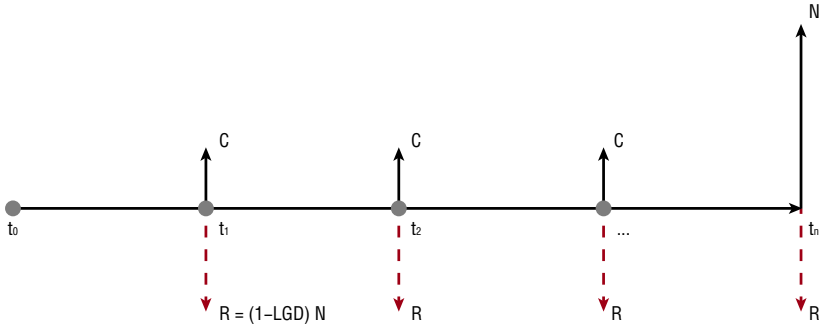
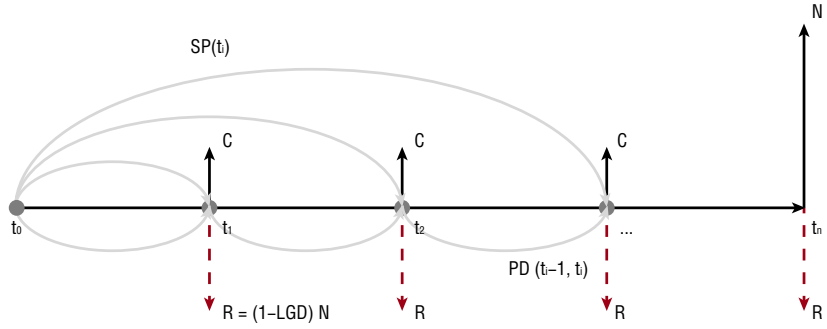


Рисунок 2
Схема использования вероятностей дефолта и выживания



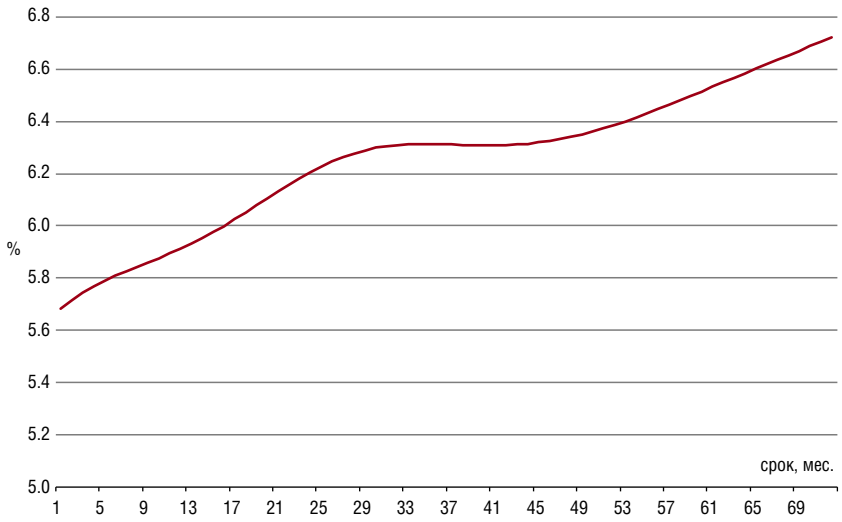
$\lambda(t)$ — интенсивность дефолта (условная вероятность дефолта на бесконечно малом отрезке времени).

Сделаем важное допущение: пусть функция интенсивности дефолта от времени $\lambda(t)$ будет кусочно-постоянной, то есть описывается следующим образом:

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_{0,1} & T_0 < t \le T_1 \\ \lambda_{1,2} & T_1 < t \le T_2 \\ & \dots \\ \lambda_{n-1,n} & T_{n-1} < t \le T_n \end{cases} \quad (2),$$

где T_i — временная точка, соответствующая моменту погашения i-й облигации эмитента (другими словами,

Рисунок 3
Кривая бескупонных доходностей на основе ОФЗ на конец дня 27.09.2013



[1] В таком случае коэффициент покрытия в теории должен быть равен отношению суммы дисконтированных ожидаемых выплат по облигации после дефолта к ее номиналу.

[2] В литературе рассматриваются следующие основные схемы для моделирования покрытия:

1. Fraction recovery of treasury (FRT). При наступлении дефолта облигация стоит некоторую заданную долю от гипотетической приведенной стоимости остающихся денежных потоков, дисконтированных по безрисковой ставке (Jarrow R.A., Turnbull S.M. (1995). Pricing options on financial Securities Subject to Default Risk, Journal of finance, vol. 50).

2. Fraction recovery of market value (FRMV). При наступлении дефолта облигация теряет некоторую заданную долю от ее стоимости перед дефолтом (Duffie D., Singleton K. (1999). Modeling Term Structures of Defaultable Bonds, Review of Financial Studies, vol. 12).

3. Fraction recovery of par (FRP). При наступлении дефолта покрытие облигации составляет некоторую заданную долю от ее номинальной стоимости перед дефолтом (Duffie D. (1998). Defaultable Term Structure Models with Fractional Recovery of Par, working paper, Stanford University).

Рисунок 4
Облигации «Мечела» в базе расчета (данные на конец дня 27.09.2013)

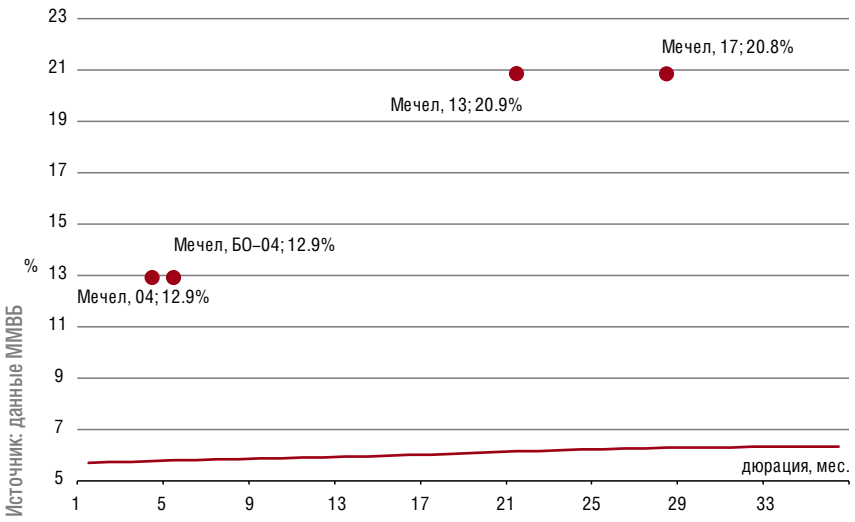


Рисунок 5
Облигации «Магнита» в базе расчета (данные на конец дня 27.09.2013)

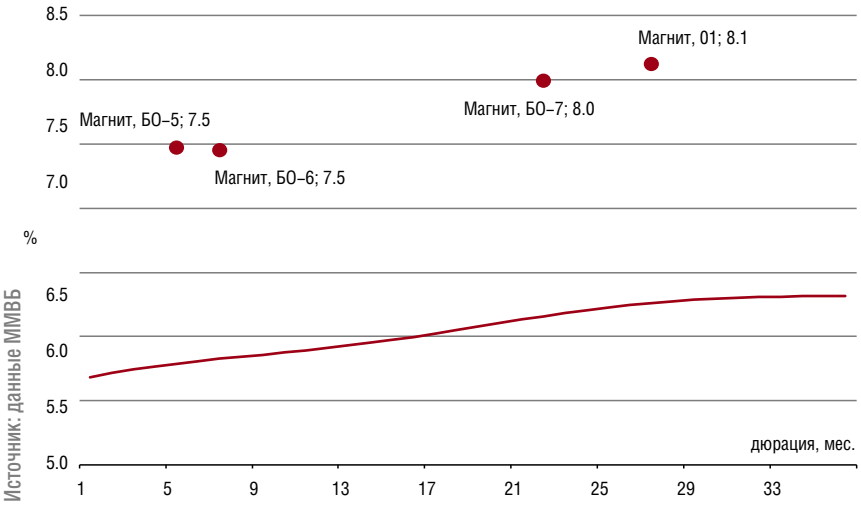
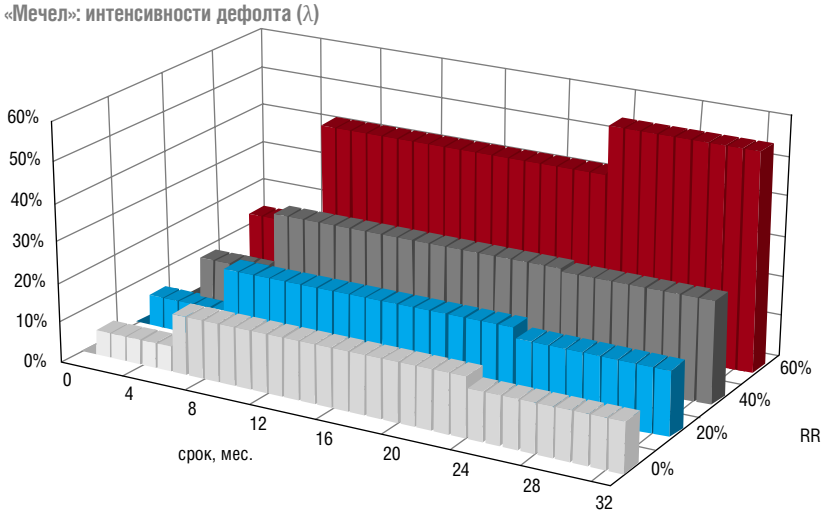


Рисунок 6
«Мечел»: интенсивности дефолта (λ)



число различных «кусков» функции равно количеству облигаций эмитента, используемых для получения значений λ).

Наше уравнение для стоимости облигации с фиксированным купоном соответствует принципам риск-нейтрального ценообразования: все платежи дисконтированы под безрисковую ставку и взвешены по вероятности их получения. Для купонов и номинала — это вероятности выживания, для возмещения — вероятности дефолта на отдельных временных отрезках.

Схематично использование вероятностей выживания $SP(0,t_i)$ и дефолта $PD(t_{(i-1)},t_i)$ для «взвешивания» платежей показано на рис. 2.

При наличии рыночных котировок облигаций рассматриваемого эмитента формула 1 позволяет решить обратную задачу — найти вероятности дефолта, при подстановке которых в формулу ценообразования получается наблюдаемая на рынке цена.

Имея несколько котируемых инструментов с различными сроками погашения, можно построить временную структуру вероятности дефолта эмитента, что с математической точки зрения эквивалентно поиску значений функции интенсивности дефолта $\lambda(t)$, введенной выше.

В области количественного анализа полученные оценки принято называть подразумеваемыми вероятностями (implied probabilities). Собственно, это и есть рыночная оценка вероятности дефолта (кредитного риска) заданного эмитента.

При этом необходимо помнить, что полученные вероятности не являются статистическими оценками, базирующимися на исторических данных о количестве дефолтов (как, например, вероятности дефолта, публикуемые рейтинговыми агентствами)[1].

ПРИМЕР РАСЧЕТА ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ ВЕРОЯТНОСТИ ДЕФОЛТА

Решим сформулированную выше задачу — найдем временную структуру вероятности дефолта эмитента, «подразумеваемую» рыночными котировками

[1] Грубой ошибкой является непонимание того, что историческая и риск-нейтральная оценка вероятности дефолта — разные концепции. В целях ценообразования инструментов нельзя применять исторические вероятности дефолта (рассчитанные на основе статистических данных о количестве дефолтов в прошлом), так же как нельзя применять риск-нейтральные вероятности в расчетах, требующих статистических оценок.

его рублевых купонных облигаций. Для начала выберем безрисковую кривую.

ВЫБОР БЕЗРИСКОВОЙ КРИВОЙ ДОХОДНОСТЕЙ

В качестве базовой дисконтирующей кривой могут быть использованы ставки NDF, процентных / кросс-валютных свопов или доходности безрисковых облигаций. В рамках задачи дисконтирования платежей по рублевым облигациям наиболее оптимальным является использование кривой доходностей ОФЗ.

По причине отсутствия бескупонных государственных рублевых облигаций (как, например, STRIPS для долларов США) кривая бескупонных доходностей (КБД) может быть определена только расчетным путем. Мы не будем приводить теорию расчета КБД[1], что может быть предметом для отдельной статьи, и воспользуемся методикой построения КБД, разработанной Банком России и ММВБ. Кривая КБД, получившая краткое наименование «G-кривая», публикуется во внутридневном режиме на сайтах ММВБ и Банка России[2].

G-кривая представляет собой следующую функцию по времени:

$$R(0,t) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)\frac{\tau}{t}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] - \beta_2 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + g_1 \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) + g_2 \exp\left(-\frac{(t-1)^2}{2}\right) + g_3 \exp\left(-\frac{(t-2)^2}{2}\right) \quad (3),$$

где β_0, β_1, β_2, τ — параметры, рассчитываемые в рамках общепринятой 4-параметрической модели Нельсона–Зигеля;

g_1, g_2, g_3 — корректирующие добавки для более точного описания начального участка G-кривой[3].

Кривая бескупонных доходностей ОФЗ, используемая далее в расчетах, приведена на рис. 3.

ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА РАСЧЕТА

Нашей базовой формулой будет уравнение ценообразования 1 с ежемесячной дискретизацией , то есть с диапазоном суммирования $i = 1,...,(T \cdot 12)$, где T — срок самой длинной облигации в годах.

Рисунок 7
«Мечел»: вероятности дефолта PD (0,T)

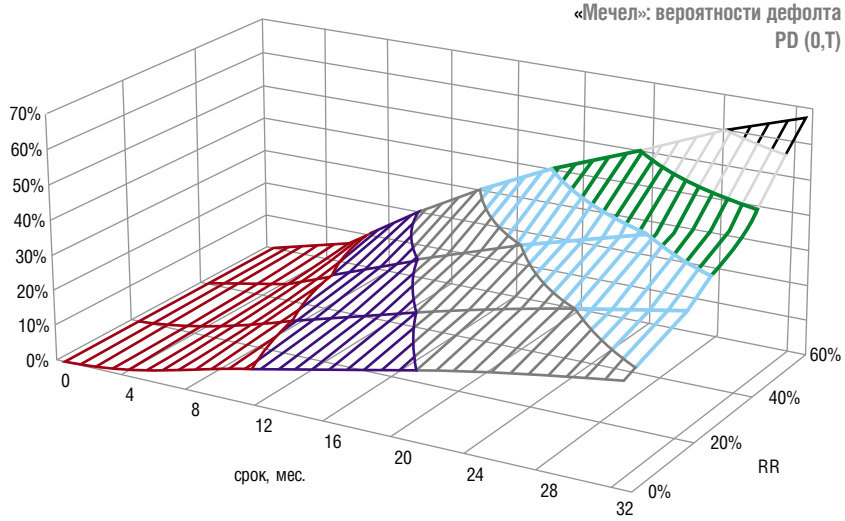


Рисунок 8
«Мечел»: условные однолетние вероятности дефолта

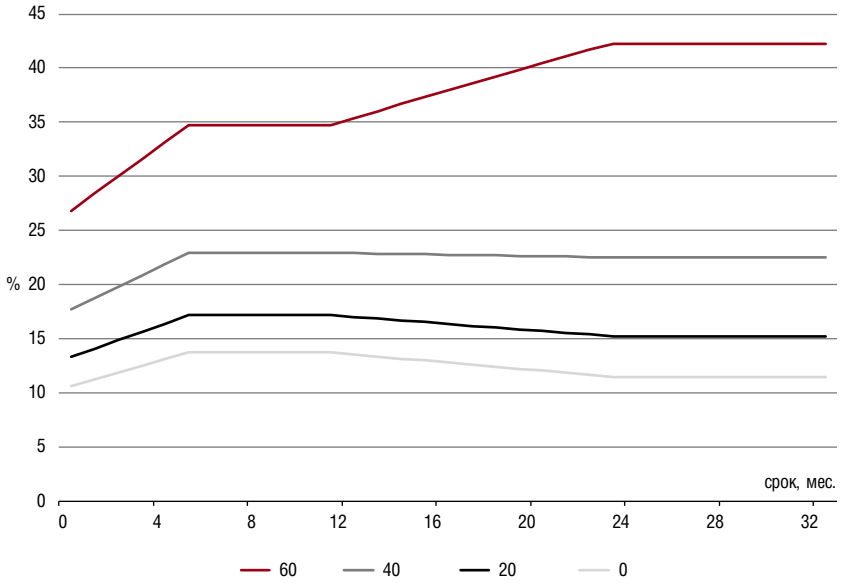
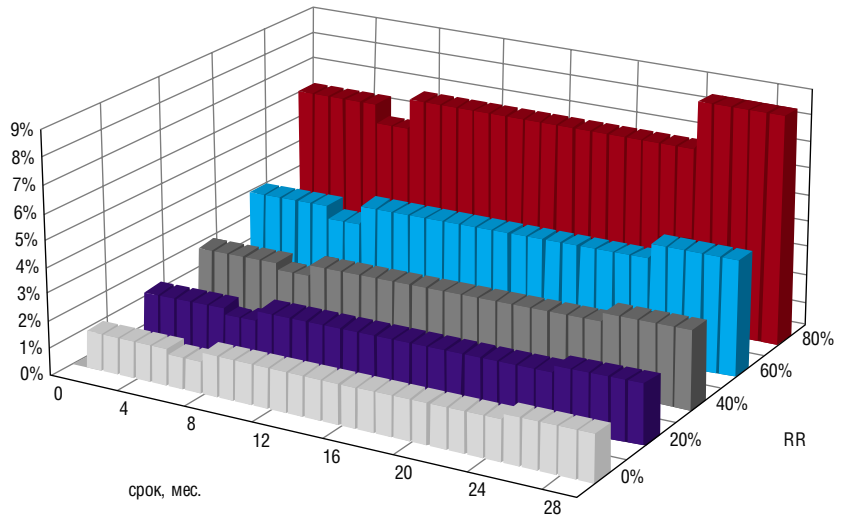


Рисунок 9
Магнит: интенсивности дефолта (λ)

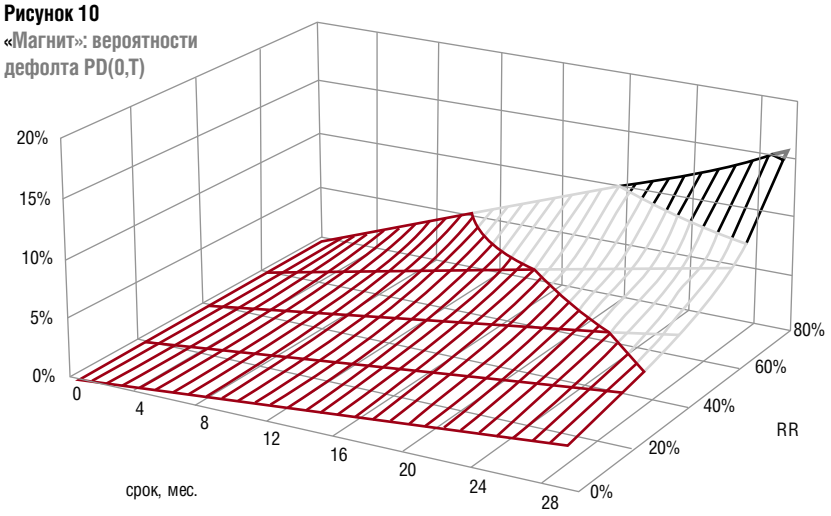


[1] КБД строится как некоторая функция по времени, параметры которой подбираются таким образом, чтобы теоретическая цена каждой ОФЗ, рассчитанная как сумма платежей по облигации, дисконтированных на ставки КБД, сходилась к фактической рыночной цене.

[2] Страница с публикацией G-кривой и ее параметров: http://cbr.ru/GCurve/Curve.asp.

[3] Методология построения G-кривой: http://cbr.ru/GCurve/MetMat.asp.

Рисунок 10
«Магнит»: вероятности дефолта PD(0,T)



Тогда вероятности выживания (в формуле 1) будут определяться следующим образом:

$$SP(0,t) = \begin{cases} \exp(-\lambda_{0,1}t) & T_0 < t \le T_1 \\ \exp(-\lambda_{0,1}T_1 - \lambda_{1,2}(t - T_1)) & T_1 < t \le T_2 \\ \exp(-\lambda_{0,1}T_1 - \lambda_{1,2}(T_2 - T_1) - \lambda_{2,3}(t - T_2)) & T_2 < t \le T_3 \\ \dots \end{cases} \quad (4).$$

Собственно, поиск $\lambda_{0,1}, \lambda_{1,2}, \dots, \lambda_{(i-1,i)}$ будем осуществлять методом бутстрэппинга (bootstrapping), то есть последовательно, начиная с облигации минимального срока погашения.

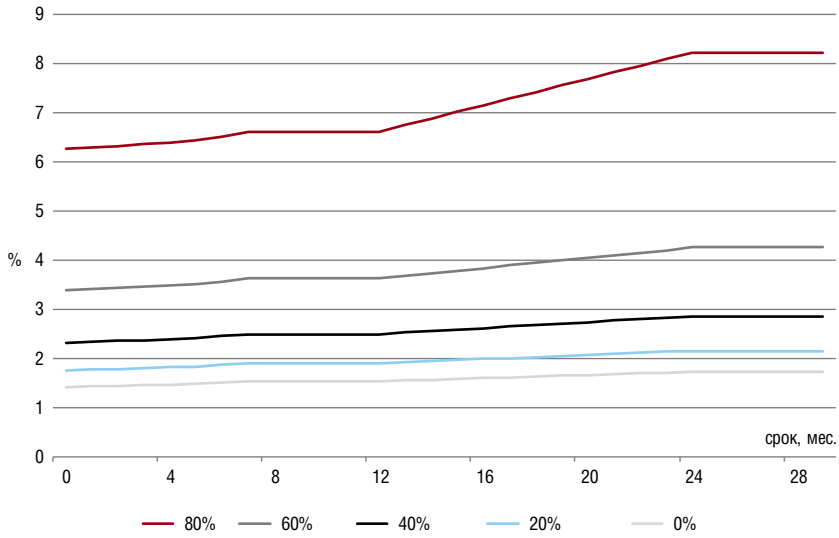
РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Ниже приводятся результаты расчета интенсивностей и вероятностей дефолта для «Мечела» и «Магнита».

Коэффициенты покрытия (RR) по инструментам принимаются за неизвестный параметр, поэтому результаты приводятся для различных значений RR. В большинстве случаев на практике, в том числе при ценообразовании кредитных деривативов (например, CDS), RR принимается равным 40%.

При анализе результатов можно отметить, что большим значениям коэффициента покрытия (RR) соответствуют более высокие вероятности дефолта.

Рисунок 11
«Магнит»: условные однолетние вероятности дефолта



Данная закономерность следует из формулы ценообразования 1: рост денежного потока в случае дефолта должен быть скомпенсирован падением ожидаемого потока по недефолтной части, что происходит за счет снижения вероятности выживания или роста вероятности дефолта.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели модель, позволяющую вычислить подразумеваемую вероятность дефолта эмитента на основе рыночных цен его облигаций. Аналогичные модели можно использовать и для других кредитных инструментов, связанных с кредитным риском конкретного контрагента, — облигаций с плавающим купоном, CDS, LPN и так далее.

Приведенная нами модель может использоваться не только для оценки рисков, но и для поиска инвестиционных возможностей путем сравнения рыночных и модельных цен инструментов. Важно, что такие возможности нельзя искать в тех инструментах, на которых калибровалась модель.

Хотелось бы обратить внимание на основную сложность, связанную с оценкой кредитного риска на основе моделей, калибруемых к рынку.

Разумен вопрос: эффективен ли рынок? Всегда существует серьезная опасность того, что мы «подгоним» модель к «неправильным» / некорректным ценам калибровочных инструментов («истерия», манипуляции, отсутствие ликвидности и прочее).

В пользу моделей, калибруемых к рынку, можно сказать следующее:

- если мы верим в достаточную эффективность рынка, то рыночные цены могут агрегировать необходимую нам полезную информацию. Более того, в ценах инструментов такой информации может содержаться больше, чем ее имеет каждый рыночный игрок в отдельности;
- модель, основанная на ценах рыночных инструментов и калибруемая к ним, имеет «иммунитет» к простым арбитражным стратегиям, базирующимся на этих активах (но важно помнить, что возможен арбитраж с использованием других инструментов).

Приведенная модель является простейшей. В теории и на практике могут применяться и более продвинутые модели оценки кредитного риска. Например, может использоваться стохастическая динамика процентных ставок (модели процентных ставок Vasicek, Hull-White) и интенсивности дефолтов, а также может учитываться корреляция между данными факторами.

Группа компаний Cbonds

Онлайн-доступ в любое время суток и из любой точки мира

База сделок слияний и поглощений с 2001 года

От 990 руб. в месяц

mergers.ru

СЛИЯНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ В РОССИИ

Сделки разных стадий – переговоры, оформление, завершение

Демо-доступ

Ежедневные обновления

www.mergers.ru